

# Logiciel de calcul formel

## Cours 1

Julien Lavauzelle

Université Paris 8

Licence Mathématiques

25-26/01/2024

1. Présentation
2. Qu'est ce que le calcul formel ?
3. Sagemath
4. Introduction à python
5. Partie pratique

## Quelques informations personnelles :

- Julien Lavauzelle, maître de conférences depuis 2020, Univ. Paris 8
- email : `julien.lavauzelle@univ-paris8.fr`
- Ma recherche : codes correcteurs, applications en cryptographie
- J'enseigne aussi :
  - tremplin master (L3)
  - théorie de l'information (M1)
  - codes algébriques (M1)
  - cryptographie à clef publique (M1)
  - algorithmes arithmétiques II (M2)

La **page web** du cours :

`https://lvzl.fr/teaching/2023-24/cf.html`

Vous y retrouverez notamment un lien vers le **livret numérique** qui contient :

- ▶ les supports de cours
- ▶ les exercices et leurs solutions

`https://lvzl.fr/teaching/2023-24/docs/cf/book/intro.html`

**Planning** : 11 séances de cours prévues (absent les 8 et 9 février).

Sauf problème, **pas de cours** pendant la pause pédagogique.

**Programme provisoire du cours** :

- Utilisation du notebook *Jupyter*.
- Introduction à python.
- Arithmétique.
- Polynômes.
- Matrices et systèmes linéaires.
- Calcul symbolique.
- Probabilités.
- Graphes.

**Modalités d'évaluation** du cours : par contrôle continu.

1. Première note : **interrogations écrites**

- ▶ Pendant les séances 4, 6, 8, 10.
- ▶ Interrogation de 30 minutes, en début de séance (arrivez à l'heure).
- ▶ Typiquement : un QCM, une application directe du cours.

2. Seconde note : **un mini-projet (à la maison)**

- ▶ Donné en fin de semestre.
- ▶ Quelques semaines pour le rendre.

**Note finale :** 60 % note 1 + 40 % note 2

1. Présentation
2. Qu'est ce que le calcul formel ?
3. Sagemath
4. Introduction à python
5. Partie pratique

1. Présentation
2. Qu'est ce que le calcul formel ?
3. Sagemath
4. Introduction à python
5. Partie pratique



Qu'est ce que le **calcul formel** ?

- ▶ **But** : obtenir les **solutions d'un problème mathématique** par des moyens informatiques.
- ▶ Implémente des algorithmes  
basés sur des opérations mathématiques **exactes**,  
appliquées à des objets que l'on peut **décrire par une quantité finie de données**  
mais pouvant être « abstraits » (symboles, variables, etc.)
- ▶ Aussi appelé **calcul symbolique**, ou **calcul algébrique**.

On l'oppose au **calcul scientifique**, ou **calcul numérique**, qui donne des solutions approchées, avec des nombres « flottants ».

**Quelques problèmes** que l'on pourra voir en cours :

– Trouver tous les couples de rationnels  $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$  tels que 
$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - \frac{1}{2}y = 9 \end{cases}$$

– Calculer le pgcd de 123456 et 345678.

– Trouver les solutions exactes de

$$x^4 + 3x^2 - 12x^2 + 7x - 20 = 0$$

– Calculer la primitive de  $f : t \mapsto e^{-t} \sin(t) + 3t^2 \ln(t - 1)$ .

– Calculer la 12-ème puissance de la matrice  $M = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

– etc.

**Applications pratiques :**

– Aide à la preuve mathématique, « démonstration automatique »

– Cryptographie (factorisation, logarithme discret)

– Résolution d'équations différentielles

1. Présentation
2. Qu'est ce que le calcul formel ?
3. Sagemath
4. Introduction à python
5. Partie pratique



Logiciel de calcul formel pour ce cours : Sagemath

- ▶ depuis 2005 (dernière version stable : sagemath 10.2, déc. 2023)
- ▶ <https://www.sagemath.org/>

Sagemath est un logiciel **libre**, sous licence GPL :

- ▶ le code source est disponible en ligne
- ▶ on peut l'utiliser, le modifier, proposer de nouvelles versions, etc.
- ▶ plusieurs centaines de développeurs réguliers à travers le monde

« alternative à Magma, Maple, Mathematica et Matlab »

Sagemath s'appuie sur de nombreux logiciels et bibliothèques préexistantes :


- ▶ Maxima et Singular (génériques)
- ▶ PARI/GP et NTL (théorie des nombres)
- ▶ LinBox (algèbre linéaire)

Il s'interface également avec d'autres logiciels comme GAP, Magma, Mathematica, Maple.

Sagemath utilise python comme langage de base  
→ la syntaxe est celle de python

**Sondage :** qui a déjà utilisé python ?

## En ligne de commande :

1. Ouvrir un terminal : l'icône ressemble à  →
2. Taper : python
3. Vous devriez obtenir quelque chose comme :



```
Python 3.9.2 (default, Apr 30 2021, 15:28:52)
[GCC 9.3.0] on linux
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
>>> █
```

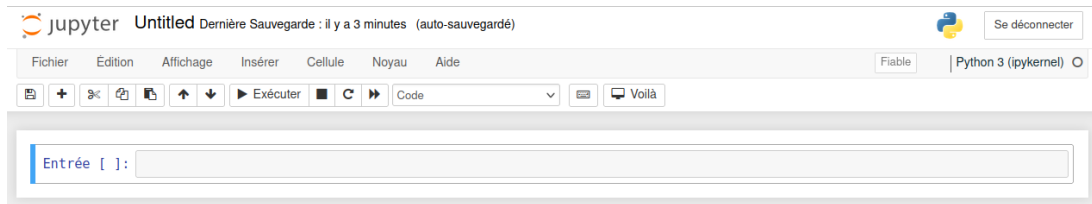
C'est le mode d'utilisation « fondamental » :

- on peut taper des instructions directement dans l'invite de commande (après les triples chevrons >>>)
- on peut éditer un fichier externe, puis l'exécuter.

Démonstration...

C'est un mode d'utilisation avec une **interface plus confortable** visuellement :

- ▶ on édite des blocs de code dans des **cellules**,
- ▶ on peut exécuter les cellules une à une,
- ▶ l'affichage se fait directement sous la cellule.



The screenshot displays the Jupyter Notebook interface. At the top, the Jupyter logo is followed by the text "jupyter Untitled" and "Dernière Sauvegarde : il y a 3 minutes (auto-sauvegardé)". On the right side of the top bar, there is a Python logo and a button labeled "Se déconnecter". Below this is a menu bar with options: "Fichier", "Édition", "Affichage", "Insérer", "Cellule", "Noyau", and "Aide". To the right of the menu bar are two buttons: "Fiable" and "Python 3 (ipykernel)". A toolbar below the menu bar contains icons for file operations (new, open, save, save and check, close), navigation (up, down), execution (run, stop, refresh, next), and a dropdown menu currently set to "Code". To the right of the toolbar are buttons for "Voilà" and a chat icon. The main area of the notebook shows a single code cell with the prompt "Entrée [ ]:" followed by an empty input field.

Démonstration...

1. Présentation
2. Qu'est ce que le calcul formel ?
3. Sagemath
4. Introduction à python
5. Partie pratique



*Une introduction à Python 3*, par Bob Cordeau et Laurent Pointal, disponible ici :

<https://perso.limsi.fr/pointal/python:courspython3>

*Apprendre à programmer avec Python*, par Gérard Swinnen, disponible ici :

<https://www.inforef.be/swi/python.htm>

*Programmation en Python pour les sciences de la vie*, par Patrick Fuchs et Pierre Poulain, disponible :

<https://python.sdv.univ-paris-diderot.fr/>

*Calcul mathématique avec Sage*, édition collaborative

<https://www.sagemath.org/sagebook/french.html>

Passage en revue de la syntaxe de `python` et de ses fonctionnalités élémentaires

→ démonstration

1. Présentation
2. Qu'est ce que le calcul formel ?
3. Sagemath
4. Introduction à python
5. Partie pratique

**À vous de jouer!**

Allez sur :

`https://lvzl.fr/teaching/2023-24/teaching/2023-24/cf.html`

puis cliquez sur **[Jupyter book]**