

2I003 – Interrogation courte de TD (20 min)

12 octobre 2017

1 Exercice (5pts).

Dans cet exercice, on analyse une fonction `NombreBits` qui a pour but de retourner le nombre de bits nécessaires pour stocker un entier naturel n (c'est-à-dire, le nombre de chiffres de son écriture binaire). On rappelle que l'opérateur `//` représente la division entière.

```
def NombreBits(n):  
    print("Appel(", n, ")")  
    if n <= 1:  
        res = 1  
    else:  
        res = 1 + NombreBits(n//2)  
    print("L'entier ", n, " est codé sur ", res, " bits.")  
    return res
```

Question 1 (1pt). Exécuter et donner l'affichage de la fonction `NombreBits` avec l'entrée $n = 6$.

Dans la suite de l'exercice, on note $b(n)$ le nombre de bits nécessaires pour stocker $n \in \mathbb{N}$, et on **admet** (mais cela peut faire office de définition) que $b(0) := 0$, et que pour tout $n \geq 1$:

$$\text{si } 2^i \leq n < 2^{i+1}, \text{ alors } b(n) := i + 1.$$

Autrement dit, $b(n) := \lfloor \log_2(n) \rfloor + 1$ pour tout $n \geq 1$.

Question 2 (1pt). Démontrer que, pour tout entier $n \geq 2$, on a $b(\lfloor \frac{n}{2} \rfloor) = b(n) - 1$.

Question 3 (3pts). Démontrer la terminaison et la validité de la fonction `NombreBits` pour toute instance $n \in \mathbb{N}$. Une importance particulière sera donnée à la qualité de la rédaction.